Zadatak 001 (Anela, ekonomska škola)

Riješi sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned}5x-y-z&=0\\x+2y+3z&=14\\4x+3y+2z&=16\end{aligned}\right\}$$

Rješenje 001

Sustav rješavamo Gaussovom metodom eliminacije (isključivanja). Gaussova metoda provodi se pomoću sljedećih operacija:

- zamjene mjesta dviju jednadžbi sustava
- množenja (dijeljenja) neke jednadžbe sustava brojem različitim od nule
- dodavanjem jedne jednadžbe sustava drugoj jednadžbi sustava.

$$\begin{aligned}5x-y-z&=0 && (I)\\x+2y+3z&=14 && (II)\\4x+3y+2z&=16 && (III)\end{aligned}$$

1.korak: prvoj i drugoj jednadžbi zamijenimo mjesta, (I) <–> (II),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\5x-y-z&=0 && (II)\\4x+3y+2z&=16 && (III)\end{aligned}$$

2.korak: prvu jednadžbu pomnožimo brojem –5 i pribrojimo drugoj jednadžbi, (I) · (–5) + (II),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\-11y-16z&=-70 && (II)\\4x+3y+2z&=16 && (III)\end{aligned}$$

3.korak: prvu jednadžbu pomnožimo brojem – 4 i pribrojimo trećoj jednadžbi, (I) · (– 4) + (III),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\-11y-16z&=-70 && (II)\\-5y-10z&=-40 && (III)\end{aligned}$$

4.korak: treću jednadžbu podijelimo brojem –5, (III) : (–5),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\-11y-16z&=-70 && (II)\\y+2z&=8 && (III)\end{aligned}$$

5.korak: drugoj i trećoj jednadžbi zamijenimo mjesta, (II) <–> (III),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\y+2z&=8 && (II)\\-11y-16z&=-70 && (III)\end{aligned}$$

6.korak: drugu jednadžbu pomnožimo brojem 11 i pribrojimo trećoj jednadžbi, (II) · 11 + (III),

$$\begin{aligned}x+2y+3z&=14 && (I)\\y+2z&=8 && (II)\\6z&=18 && (III)\end{aligned}$$

7.korak: treću jednadžbu podijelimo brojem 6 i dobijemo z:

$$6z = 18 \;/:6 \quad \Rightarrow \quad z = 3.$$

8.korak: vrijednost z = 3 uvrstimo u drugu jednadžbu i dobijemo y:

$$y + 2z = 8 \;\Rightarrow\; y + 2\cdot 3 = 8 \;\Rightarrow\; y + 6 = 8 \;\Rightarrow\; y = 8 - 6 \;\Rightarrow\; y = 2.$$

9.korak: vrijednosti z = 3 i y = 2 uvrstimo u prvu jednadžbu i dobijemo x:

$$x + 2y + 3z = 14 \Rightarrow x + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 14 \Rightarrow x + 4 + 9 = 14 \Rightarrow x + 13 = 14 \Rightarrow x = 1.$$

Rješenje sustava je: (x, y, z) = (1, 2, 3).

Vježba 001

Riješi sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} 4x + y + 4z &= 9 \\ 3x + 5y + 2z &= 10 \\ x + 2y + 3z &= 6. \end{aligned}$$

Rezultat: (x, y, z) = (1, 1, 1).

Zadatak 002 (Jelena, ekonomska škola)

Riješi sustav linearnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8. \end{aligned}$$

Rješenje 002

1.inačica (metoda supstitucije)

U nekoj jednadžbi izračunat ćemo jednu nepoznanicu. Uvijek nastojimo naći nepoznanicu uz koju stoji najmanji koeficijent po apsolutnoj vrijednosti. Vrijednost za nađenu nepoznanicu uvrštavamo u drugu jednadžbu.

U našem slučaju izračunat ćemo, na primjer, y iz druge jednadžbe:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \Rightarrow y = 8 - x \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2x + 3 \cdot (8 - x) = 19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x + 24 - 3x = 19 \Rightarrow 2x - 3x = 19 - 24 \Rightarrow \Rightarrow -x = -5.$$

Množimo cijelu jednadžbu brojem – 1 i dobijemo x = 5. Tu vrijednost za x uvrstimo u y = 8 – x.

$$y = 8 - 5 = 3.$$

Rezultat je (x, y) = (5, 3).

2.inačica (metoda komparacije)

Iz obje jednadžbe izračunamo istu nepoznanicu pa njihove vrijednosti kompariramo, usporedimo, tj. između nađenih vrijednosti za istu nepoznanicu stavimo znak jednakosti.

$$\left.\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 2x &= 19 - 3y \;/:2 \\ x &= 8 - y \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= \frac{19 - 3y}{2} \\ x &= 8 - y \end{aligned}\right\}.$$

Izjednačimo vrijednosti za nepoznanicu x:

$$\frac{19 - 3y}{2} = 8 - y \;/\cdot 2 \Rightarrow 19 - 3y = 16 - 2y \Rightarrow -3y + 2y = 16 - 19 \Rightarrow -y = -3 \;/\cdot(-1) \Rightarrow y = 3.$$

Tada se x dobije, na primjer iz x = 8 – y = 8 – 3 = 5.

Rezultat je (x, y) = (5, 3).

3.inačica (metoda suprotnih koeficijenata)

U obje jednadžbe uz istu nepoznanicu nastojimo dobiti suprotne koeficijente. To su dva broja čiji je zbroj jednak 0. Da bismo dobili suprotne koeficijente moramo ili jednu ili obje jednadžbe pomnožiti odgovarajućim brojevima.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \;/\cdot(-2) \end{aligned}$$

Drugu jednadžbu pomnožili smo brojem – 2.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ -2x - 2y &= -16. \end{aligned}$$

Zbrojimo jednadžbe

$$2x + 3y - 2x - 2y = 19 - 16.$$

$$y = 3.$$

Nepoznanicu x nađemo tako da y = 3 uvrstimo u drugu jednadžbu

$$x + y = 8 \quad \Rightarrow \quad x + 3 = 8 \quad \Rightarrow \quad x = 8 - 3 = 5.$$

Rezultat je (x, y) = (5, 3).

4.inačica (metoda neodređenih koeficijenata)

Pomnožimo, na primjer, prvu jednadžbu neodređenim koeficijentom A, $A \neq 0$:

$$\begin{aligned} 2Ax + 3Ay &= 19A \\ x + y &= 8. \end{aligned}$$

Dobivene jednadžbe zbrojimo:

$$2Ax + 3Ay + x + y = 19A + 8.$$

Izlučimo x i y pa je:

$$(2A + 1)x + (3A + 1)y = 19A + 8.$$

Ako izraz uz, na primjer, nepoznanicu x izjednačimo s nulom, dobit ćemo:

$$2A + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2A = -1 \quad \Rightarrow \quad A = -\frac{1}{2}.$$

Budući da smo stavili 2A + 1 = 0, sada jednadžba glasi:

$$(3A + 1)y = 19A + 8.$$

U nju uvrstimo $A = -\frac{1}{2}$:

$$\left(3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1\right) \cdot y = 19 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 8 \Rightarrow \left(-\frac{3}{2} + 1\right) \cdot y = -\frac{19}{2} + 8 \Rightarrow -\frac{1}{2} y = -\frac{3}{2} \; / \cdot (-2) \Rightarrow y = 3.$$

Nepoznanica x može se dobiti na dva načina: uvrštavanjem y = 3 u bilo koju polaznu jednadžbu; izjednačavanjem s nulom izraza uz nepoznanicu y, 3A + 1= 0, i analognim računanjem kao u navedenom slučaju.

Rezultat je (x, y) = (5, 3).

5.inačica (pomoću Cramerovih formula)

Najprije objasnimo pojam determinante drugog reda.

Binom a · d – b · c naziva se determinantom drugog reda i označava $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$.

Znači da je $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ = a · d – b · c. Na primjer,

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 5 \cdot 12 - (-3) \cdot 2 = 60 + 6 = 66.$$

Ako je zadan sustav:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= c_1 \\ a_2 x + b_2 y &= c_2, \end{aligned}$$

onda determinantom sustava zovemo determinantu

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Označimo još $D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

D_x se dobije da u determinanti sustava D prvi stupac zamijenimo slobodnim članovima c_1 i c_2. D_y se dobije da u determinanti sustava D drugi stupac zamijenimo slobodnim članovima c_1 i c_2. Rješenje sustava je

$$x = \frac{D_x}{D} \quad , \quad y = \frac{D_y}{D}.$$

Sustav jednadžbi ima jedinstveno rješenje ako je $D \neq 0$.

Za naš sustav jednadžbi bit će:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x + \;\; y = \;\; 8 \end{cases} \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 2 - 3 = -1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 19 & 3 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 19 \cdot 1 - 3 \cdot 8 = 19 - 24 = -5 \; , \; D_y = \begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 2 \cdot 8 - 1 \cdot 19 = 16 - 19 = -3.$$

Rješenje je:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-5}{-1} = 5 \; , \; y = \frac{D_y}{D} = \frac{-3}{-1} = 3.$$

6.inačica (metoda pretpostavke)

Pretpostavimo da su u našem sustavu jednadžbi rješenja jednaka, tj. x = y.
Iz druge jednadžbe

$$x + y = 8,$$

slijedi:

$$x + x = 8 \;\; \Rightarrow \;\; 2x = 8 \; / :2 \;\; \Rightarrow \;\; x = 4.$$

Znači da su x = 4 i y = 4. Dobivene rezultate uvrstimo u prvu jednadžbu

$$2x + 3y = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 8 + 12 = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 20 \neq 19.$$

Vidimo da je lijeva strana prve jednadžbe veća od 19. Zato za nepoznanicu x uzimamo broj koji je manji od 4. Vrijednost od x promijenimo za neki iznos p:

$$x = 4 - p.$$

Uvrstimo to u drugu jednadžbu x + y = 8:

$$4 - p + y = 8 \;\; \Rightarrow \;\; y = 8 - 4 + p \;\; \Rightarrow \;\; y = 4 + p.$$

Nove vrijednosti za x i y opet uvrstimo u prvu jednadžbu:

$$2(4 - p) + 3(4 + p) = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 8 - 2p + 12 + 3p = 19 \;\; \Rightarrow \;\; -2p + 3p = 19 - 8 - 12 \;\; \Rightarrow \;\; p = -1.$$

Sada je:

$$x = 4 - p = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5 \quad , \quad y = 4 + p = 4 + (-1) = 4 - 1 = 3.$$

7.inačica (metoda "snađi se")

Na prijamnim ispitima uz zadani sustav uvijek ponude 4 ili 5 rezultata od kojih je samo jedan točan. Na primjer,

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + \;\; y &= \;\; 8. \end{aligned}$$

A) (1, 4)   B) (5, 3)   C) (-3, 5)   D) (4, 2)   E) (7, 1).

Bez računanja sustava bilo kojom metodom, jednostavno uvrštavajte koordinate x i y u jednadžbe i kada dobijete valjane jednakosti to je rezultat.
Rješenje je B) jer je

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 10 + 9 = 19 \;\; \Rightarrow \;\; 19 = 19$$

$$5 + \;\; 3 = \;\; 8 \;\; \Rightarrow \;\; 8 = 8.$$

8.inačica (grafička metoda)

Nacrtamo pravce čije su jednadžbe

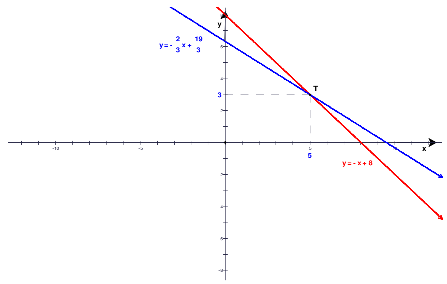
$$2x + 3y = 19$$

$$x + y = 8.$$

$$2x + 3y = 19 \;\;=>\;\; 3y = -2x + 19 \;/ : 3 \;\;=>\;\; y = -2/3x + 19/3.$$

$$x + y = 8 \;\;=>\;\; y = -x + 8.$$

Presjek pravaca je traženo rješenje, točka s koordinatama T(5, 3).



Vježba 002

Riješi sustav linearnih jednadžbi:

$$4x + y = 9$$
$$3x + 2y = 3.$$

Rezultat: (x, y) = (3, – 3).

Zadatak 003 (Nina, komercijalna škola)

Riješi sustav jednadžbi:

$$x + y = 8$$
$$x \cdot y = 15.$$

Rješenje 003

Iz linearne jednadžbe x + y = 8 izračunamo nepoznanicu x (ili y) i njezimo rješenje uvrstimo u drugu jednadžbu.

Dobit ćemo kvadratnu jednadžbu!

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 8 \;\Rightarrow\; y = 8 - x \\ x \cdot y = 15 \end{array}\right\} \Rightarrow\; x \cdot (8 - x) = 15,$$

$$8x - x^2 = 15 \;\;=>\;\; -x^2 + 8x - 15 = 0 \;\; / \cdot (-1) \;\;=>\;\; x^2 - 8x + 15 = 0 \;\;=>$$

$$\Rightarrow\; x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \;\Rightarrow\; x_1 = 5 \;\;,\;\; x_2 = 3.$$

Nepoznanica y sada se lako dobije:

$$x_1 = 5 \;\;=>\;\; y_1 = 8 - x_1 = 8 - 5 = 3,$$

$$x_2 = 3 \;\;=>\;\; y_2 = 8 - x_2 = 8 - 3 = 5.$$

Rješenja sustava su: $(x_1, y_1) = (5, 3)$, $(x_2, y_2) = (3, 5)$.

Vježba 003

Riješi sustav jednadžbi:

$$x + y = 12$$
$$x \cdot y = 32.$$

Rezultat: $(x_1, y_1) = (8, 4)$, $(x_2, y_2) = (4, 8)$.

Zadatak 004 (Ivana, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu: $(x - 3) \cdot (x + 2) > 0$.

Rješenje 004

Ponovimo kada je umnožak dva broja pozitivan, tj. veći od nule!

Umnožak dva broja je pozitivan ako su oba faktora pozitivna ili negativna.

$a \cdot b > 0$	
1. slučaj	2. slučaj
$a > 0$ $b > 0$	$a < 0$ $b < 0$

Zadatak rješavamo u dva koraka.

Prvi korak

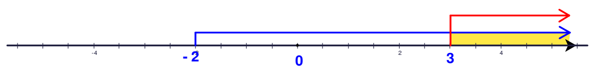
Najprije pretpostavimo da su oba faktora pozitivna i riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x - 3) \cdot (x + 2) > 0.$$

1. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} x-3 > 0 \\ x+2 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x > 3 \\ x > -2 \end{array}\right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle 3, +\infty \rangle. \qquad (1)$$

Drugi korak

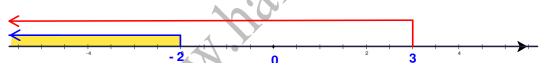
Sada pretpostavimo da su oba faktora negativna i iznovice riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x - 3) \cdot (x + 2) > 0.$$

2. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} x-3 < 0 \\ x+2 < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x < 3 \\ x < -2 \end{array}\right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle. \qquad (2)$$

Konačno rješenje zadane nejednadžbe je unija rezultata (1) i (2):

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle.$$

Vježba 004

Riješi nejednadžbu: $(x - 2) \cdot (x + 3) > 0$.

Rezultat: $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle.$

Zadatak 005 (Hana, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu: $(x + 2) \cdot (x - 1) < 0$.

Rješenje 005

Ponovimo kada je umnožak dva broja negativan, tj. manji od nule!

Umnožak dva broja je negativan ako je jedan faktor pozitivan, a drugi negativan.

$a \cdot b < 0$	
1. slučaj	2. slučaj
$a > 0$ $b < 0$	$a < 0$ $b > 0$

Zadatak rješavamo u dva koraka.

Prvi korak

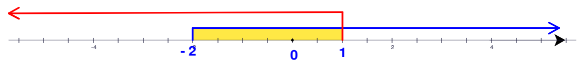
Najprije pretpostavimo da je prvi faktor pozitivan, a drugi negativan i riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0.$$

1. slučaj

$$\left.\begin{matrix} x+2 > 0 \\ x-1 < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x > -2 \\ x < 1 \end{matrix}\right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle -2, 1 \rangle \qquad (1)$$

Drugi korak

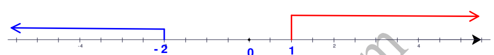
Sada pretpostavimo da je prvi faktor negativan, a drugi pozitivan i iznovice riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0.$$

2. slučaj

$$\left.\begin{matrix} x+2 < 0 \\ x-1 > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x < -2 \\ x > 1 \end{matrix}\right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

Vidimo da je presjek prazan skup (nema zajedničkog dijela):

$$\varnothing. \qquad (2)$$

Konačno rješenje zadane nejednadžbe je unija rezultata (1) i (2):

$$x \in \langle -2, 1 \rangle \cup \varnothing = \langle -2, 1 \rangle.$$

Vježba 005

Riješi nejednadžbu: $(x + 4) \cdot (x - 2) < 0$.

Rezultat: $x \in \langle -4, 2 \rangle \cup \varnothing = \langle -4, 2 \rangle.$

Zadatak 006 (Ines, gimnazija)

Ako je $a > 0$, odredite skup rješenja sustava

$$\begin{cases} \sqrt{(x+a)^2} = x+a \\ \sqrt{(x-a)^2} = a-x. \end{cases}$$

Rješenje 006

Podsjetimo se pravila:

$$\sqrt{b^2} = |b| \qquad , \qquad |b| = \begin{cases} b, & b \geq 0 \\ -b, & b < 0. \end{cases}$$

Svaku jednadžbu sustava posebno riješimo.

- Jednadžba $\sqrt{(x+a)^2} = x+a$ ekvivalentna je jednadžbi

$$|x+a| = x+a. \qquad (1)$$

1.slučaj

Najprije pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" veći ili jednak nuli:

$$x+a \geq 0 \Rightarrow x \geq -a.$$

Tada jednadžba (1) glasi:

$$x + a = x + a \;\Rightarrow\; x - x = a - a \;\Rightarrow\; 0 = 0.$$

Dobili smo identitet. To znači da je rješenje svaki broj x za koji je

$$x \ge -a \qquad \text{ili} \qquad x \in [-a, +\infty\rangle.$$

2.slučaj

Iznovice pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" strogo manji od nule:

$$x + a < 0 \;\Rightarrow\; x < -a.$$

Sada jednadžba (1) izgleda ovako:

$$-x - a = x + a \;\Rightarrow\; -x - x = a + a \;\Rightarrow\; -2x = 2a \;\; /:(-2) \;\Rightarrow\; x = -a.$$

Zbog uvjeta x < – a, rješenje je prazan skup, $\emptyset$.

Rješenje prve jednadžbe unija je rješenja ova dva slučaja:

$$x \in [-a, +\infty\rangle \cup \emptyset = [-a, +\infty\rangle.$$

- Jednadžba $\sqrt{(x-a)^2} = a - x$ ekvivalentna je jednadžbi

$$|x - a| = a - x. \qquad (2)$$

1.slučaj

Najprije pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" veći ili jednak nuli:

$$x - a \ge 0 \;\Rightarrow\; x \ge a.$$

Tada jednadžba (2) glasi:

$$x - a = a - x \;\Rightarrow\; x + x = a + a \;\Rightarrow\; 2x = 2a \;\; /:2 \;\Rightarrow\; x = a.$$

Rješenje je x = a ili $x \in \{a\}$.

2.slučaj

Iznovice pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" strogo manji od nule:

$$x - a < 0 \;\Rightarrow\; x < a.$$

Jednadžba (2) dana je u obliku:

$$-x + a = a - x \;\Rightarrow\; -x + x = a - a \;\Rightarrow\; 0 = 0.$$

Dobili smo identitet. To znači da je rješenje svaki broj x za koji je

$$x < a \qquad \text{ili} \qquad x \in \langle -\infty, a\rangle.$$

Rješenje druge jednadžbe unija je rješenja ova dva slučaja:

$$x \in \langle -\infty, a\rangle \cup \{a\} = \langle -\infty, a].$$

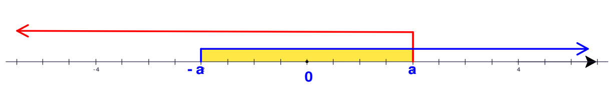
Rješenje sustava presjek je rješenja obje jednadžbe:

$$x \in \langle -\infty, a] \cap [-a, +\infty\rangle = [-a, a].$$

Dakle, rješenje sustava je segment:

$$x \in [-a, a].$$

Grafički prikaz rješenja!



Vježba 006

Ako je a > 0, odredi skup rješenja jednadžbe

$$\sqrt{(x+a)^2} = a.$$

Rezultat: $x \in \{-2a, 0\}$.

Zadatak 007 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu:

$$-4 \le \frac{2x-4}{3} < 8.$$

Rješenje 007

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} -4 \le \dfrac{2x-4}{3} \\ \dfrac{2x-4}{3} < 8. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 3 (zajedničkim nazivnikom)

$$-4 \le \frac{2x-4}{3} < 8 \;/\cdot 3 \;\Rightarrow\; -12 \le 2x-4 < 24.$$

- pribrojimo broj 4

$$-12 \le 2x-4 < 24 \;/+4 \;\Rightarrow\; -12+4 \le 2x-4+4 < 24+4 \;\Rightarrow\; -8 \le 2x < 28.$$

- podijelimo brojem 2

$$-8 \le 2x < 28 \;/:2 \;\Rightarrow\; -4 \le x < 14.$$

Rezultat je:

$$x \in \left[-4, 14\right\rangle.$$

Vježba 007

Riješi nejednadžbu:

$$-2 \le \frac{2x-6}{5} \le 4.$$

Rezultat: $x \in [-2, 13]$.

Zadatak 008 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu: $2 < \dfrac{2x+4}{5} < 8.$

Rješenje 008

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} 2 < \dfrac{2x+4}{5} \\ \dfrac{2x+4}{5} < 8. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 5 (zajedničkim nazivnikom)

$$2 < \frac{2x+4}{5} < 8 \;/\cdot 5 \;\Rightarrow\; 10 \le 2x+4 < 40.$$

- pribrojimo broj – 4

$$10 \le 2x+4 < 40 \;/+(-4) \;\Rightarrow\; 10-4 < 2x+4-4 < 40-4 \;\Rightarrow\; 6 < 2x < 36.$$

- podijelimo brojem 2

$$6 < 2x < 36 \;/:2 \;\Rightarrow\; 3 < x < 18.$$

Rezultat je:

$$x \in \langle 3, 18 \rangle.$$

Vježba 008

Riješi nejednadžbu: $-2 \le \dfrac{2x-6}{5} < 2.$

Rezultat: $x \in \left[-2, 8\right\rangle$.

Zadatak 009 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu: $7 < \frac{5-3x}{2} \le 10.$

Rješenje 009

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} 7 < \frac{5-3x}{2} \\ \frac{5-3x}{2} \le 10. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 2 (zajedničkim nazivnikom)

$$7 < \frac{5-3x}{2} \le 10 \; / \cdot 2 \; \Rightarrow \; 14 < 5 - 3x \le 20.$$

- pribrojimo broj – 5

$$14 < 5 - 3x \le 20 \; / + (-5) \; \Rightarrow \; 14 - 5 < 5 - 3x - 5 \le 20 - 5 \; \Rightarrow \; 9 < -3x \le 15.$$

- podijelimo brojem – 3

$$9 < -3x \le 15 \; / : (-3) \; \Rightarrow \; -3 > x \ge -5.$$

Rezultat je:

$$x \in [-5, -3\rangle.$$

Vježba 009

Riješi nejednadžbu: $-1 \le \frac{3-x}{3} < 2.$

Rezultat: $x \in \langle -3, 6].$

Zadatak 010 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu:

$$6x + 3 < 2 \cdot (3x + 5).$$

Rješenje 010

$$6x + 3 < 2 \cdot (3x + 5) \; \Rightarrow \; 6x + 3 < 6x + 10 \; \Rightarrow \; 6x - 6x < 10 - 3 \; \Rightarrow \; 0 < 7.$$

Nepoznanica x je poništena: **6x – 6x = 0**. Dobili smo nejednakost koja je istinita (točna): **0 < 7**. To znači da je rezultat zadane nejednadžbe cijeli skup realnih brojeva. Rješenje pišemo na jedan od ovih načina:

$$x \in \langle -\infty, +\infty \rangle \quad \text{ili} \quad x \in R \quad \text{ili} \quad -\infty < x < +\infty.$$

Vježba 010

Riješi nejednadžbu: $6x + 1 < 3 \cdot (2x + 3).$

Rezultat: $x \in \langle -\infty, +\infty \rangle$ ili $x \in R$ ili $-\infty < x < +\infty.$

Zadatak 011 (Ines, gimnazija)

Koliki je broj uređenih parova realnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} x^{3x^2 - 3x - 6} = 1 \\ x \cdot y = 4. \end{cases}$$

Rješenje 011

Prva jednadžba sustava je oblika $f(x)^{g(x)} = 1$, [**f(x) = x, g(x) = $3x^2 - 3x - 6$**], gdje je x realan broj. U njezinom rješavanju razlikujemo tri slučaja:

- g(x) = 0, f(x) je bilo koji realan broj različit od nule
- f(x) = 1, g(x) je bilo koji realan broj

- $f(x) = -1$, $g(x)$ je paran cijeli broj.

Iz uvjeta ① slijedi:

$$3x^2 - 3x - 6 = 0 \ / : 3 \quad \Rightarrow \quad x^2 - x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1,\ x_2 = 2.$$

Iz uvjeta ② jasno je da je $x_3 = 1$ također rješenje prve jednadžbe sustava.

Iz uvjeta ③ slijedi da je $x = -1$ rješenje sustava jer je $g(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 6 = 0$ pa je $(-1)^0 = 1$. To rješenje već smo dobili iz uvjeta ①.

Za $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ iz druge jednadžbe dobijemo odgovarajuće y_1, y_2, i y_3:

$$x \cdot y = 4 \;\Rightarrow\; y = \frac{4}{x} \;\Rightarrow\; y_1 = \frac{4}{x_1} = -4,\;\; y_2 = \frac{4}{x_2} = 2,\;\; y_3 = \frac{4}{x_3} = 4.$$

Rješenje sustava su uređeni parovi: $(-1, -4)$, $(2, 2)$ i $(1, 4)$. Dakle, zadani sustav ima tri rješenja.

Vježba 011

Koliki je broj uređenih parova realnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} x^{-3x^2+9x-6} = 1 \\ x \cdot y = 4. \end{cases}$$

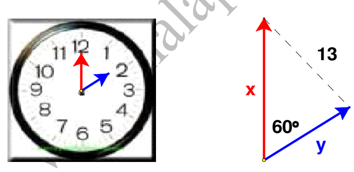
Rezultat: Tri rješenja: $(-1, -4)$, $(2, 2)$ i $(1, 4)$.

Zadatak 012 (Ines, gimnazija)

U 2 sata udaljenost krajeva velike (minutne) i male (satne) kazaljke na uri jednaka je 13 cm, a u 9 sati 17 cm. Kolika je duljina velike (minutne) kazaljke?

Rješenje 012

Položaj kazaljki u 2 sata.



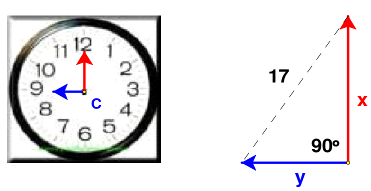
Budući da mala (satna) kazaljka za 12 sati jedanput obiđe brojčanik, znači da za 12 sati opiše puni kut, 360°. Tada će za 1 sat opisati kut 30° [360° : 12 = 30°]. Kut α iznosi:

$$\alpha = \frac{360^0}{12} \cdot 2 = 60^0.$$

Uporabit ćemo kosinusov poučak:

$$13^2 = x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos 60° \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 - x \cdot y = 169.$$

Položaj kazaljki u 9 sat.



Uporabit ćemo Pitagorin poučak:

$$x^2 + y^2 = 17^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 + y^2 = 289.$$

Treba riješiti sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 - xy = 169 \\ x^2 + y^2 = 289 \end{array}\right\} \Rightarrow [\text{od druge oduzmemo prvu}] \Rightarrow x^2 + y^2 - x^2 - y^2 + xy = 289 - 169 \Rightarrow xy = 120.$$

Podsjetimo se formula za kvadrat razlike i zbroja (kvadrat binoma):

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2, \qquad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

U sustavu jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 - xy &= 169 \\ x^2 + y^2 &= 289 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{[nadopunimo lijeve strane jednadžbi na kvadrate binoma]} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} x^2 + y^2 - xy - xy &= 169 - xy \\ x^2 + y^2 + 2xy &= 289 + 2xy \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x^2 - 2xy + y^2 &= 169 - xy \\ x^2 + 2xy + y^2 &= 289 + 2xy \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} (x-y)^2 &= 169 - 120 \\ (x+y)^2 &= 289 + 2 \cdot 120 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} (x-y)^2 &= 49 \;/\sqrt{\ } \\ (x+y)^2 &= 529 \;/\sqrt{\ } \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x - y &= 7 \\ x + y &= 23 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{[negativne rezultate odbacujemo]} \Rightarrow \left.\begin{aligned} x &= 15 \\ y &= 8 \end{aligned}\right\}.$$

Duljina velike kazaljke je 15 cm.

Vježba 012

U 2 sata udaljenost krajeva velike (minutne) i male (satne) kazaljke na uri jednaka je 13 cm, a u 9 sati 17 cm. Kolika je duljina male (satne) kazaljke?

Rezultat: 8 cm.

Zadatak 013 (Ines, gimnazija)

Ako su $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ rješenja jednadžbe $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$, koliko iznosi $a^2 + b^2$?

Rješenje 013

Rješenja $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ uvrstimo u zadanu jednadžbu i riješimo sustav s nepoznanicama a i b:

$$\left.\begin{aligned} 2^3 + a \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + b &= 0 \\ (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + b &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 8 + 4a - 10 + b &= 0 \\ -1 + a + 5 + b &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 4a + b &= 2 \\ a + b &= -4 \;/\cdot(-1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 4a + b &= 2 \\ -a - b &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -4 - a = -4 - 2 = -6.$$

Sada $a^2 + b^2$ iznosi: $a^2 + b^2 = 2^2 + (-6)^2 = 4 + 36 = 40$.

Vježba 013

Ako su $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ rješenja jednadžbe $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$, koliko iznosi $a + b^2$?

Rezultat: 38.

Zadatak 014 (Anastazija, gimnazija)

Ako rješenje sustava $ax - 2y = 3$, $3x + ay = 4$ leži na pravcu $y = x$, koliko iznosi koeficijent a?

Rješenje 014

1. inačica

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned} ax - 2y &= 3 \;/\cdot a,\; a \neq 0 \\ 3x + ay &= 4 \;/\cdot 2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} a^2x - 2ay &= 3a \\ 6x + 2ay &= 8 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left(a^2 + 6\right) \cdot x = 3a + 8 \Rightarrow x = \frac{3a+8}{a^2+6}.$$

Nepoznanicu y izračunamo iz druge jednadžbe:

$$3x + ay = 4 \Rightarrow ay = 4 - 3x \;/\cdot a \Rightarrow y = \frac{4}{a} - \frac{3}{a} \cdot x = \frac{4}{a} - \frac{3}{a} \cdot \frac{3a+8}{a^2+6} = \frac{4}{a} - \frac{9a+24}{a \cdot \left(a^2+6\right)} = \frac{4a^2 + 24 - 9a - 24}{a \cdot \left(a^2+6\right)} =$$

$$= \frac{4a^2 - 9a}{a \cdot \left(a^2+6\right)} = \frac{a \cdot (4a-9)}{a \cdot \left(a^2+6\right)} = \frac{4a-9}{a^2+6}.$$

Budući da rješenje leži na pravcu y = x, vrijedi:

$$\frac{4a-9}{a^2+6}=\frac{3a+8}{a^2+6} \Rightarrow 4a-9=3a+8 \Rightarrow a=17.$$

2. inačica

Budući da rješenje sustava mora ležati na pravcu y = x, proizlazi:

$$\left.\begin{array}{l} ax-2y=3 \\ 3x+ay=4 \end{array}\right\} \Rightarrow [y=x] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ax-2x=3 \;/\cdot(-1) \\ 3x+ax=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -ax+2x=-3 \\ 3x+ax=4 \end{array}\right\} \Rightarrow 5x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{5}.$$

Sada vrijedi:

$$ax-2x=3 \Rightarrow ax=2x+3 \Rightarrow a\cdot\frac{1}{5}=2\cdot\frac{1}{5}+3 \;/\cdot 5 \Rightarrow a=2+15=17.$$

3. inačica

Budući da rješenje sustava mora ležati na pravcu y = x, proizlazi:

$$\left.\begin{array}{l} ax-2y=3 \\ 3x+ay=4 \end{array}\right\} \Rightarrow [y=x] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} ax-2x=3 \\ 3x+ax=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot(a-2)=3 \\ x\cdot(3+a)=4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{a-2} \\ x=\dfrac{4}{3+a} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3}{a-2}=\frac{4}{3+a} \Rightarrow 3\cdot(3+a)=4\cdot(a-2) \Rightarrow 9+3\cdot a=4\cdot a-8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot a-4\cdot a=-8-9 \Rightarrow -a=-17 \;/\cdot(-1) \Rightarrow a=17.$$

Vježba 014

Ako rješenje sustava ax – 2y = 3, 3x + ay = 4 leži na pravcu y = x, koliko onda 2a iznosi?

Rezultat: 34.

Zadatak 015 (1A, hotelijerska škola)

Kad je pećnica uključena 5 minuta doseći će temperaturu 55 ºC. Kad je uključena 10 minuta temperatura će joj biti 87 ºC. Pretpostavimo da temperatura pećnice linearno ovisi o vremenu. Kolika je temperatura pećnice nakon pola sata?

Rješenje 015



Najprije odredimo linearnu funkciju koja opisuje kako temperatura pećnice ovisi o vremenu. Označimo vrijeme slovom t, a temperaturu koja linearno ovisi o vremenu s f(t). Budući da temperatura linearno ovisi o vremenu, zapisat ćemo to kao polinom prvog stupnja po t:

$$f(t) = a \cdot t + b,$$

gdje su a i b realni brojevi (koeficijenti) koje treba odrediti. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} f(5)=55 \\ f(10)=87 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5a+b=55 \\ 10a+b=87 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5a+b=55 \;/\cdot(-1) \\ 10a+b=87 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -5a-b=-55 \\ 10a+b=87 \end{array}\right\} \Rightarrow 5a=32 \;/:5 \Rightarrow a=6.4.$$

Lako izračunamo b:

$$\left.\begin{array}{l} 5a+b=55 \\ a=6.4 \end{array}\right\} \Rightarrow 5\cdot 6.4+b=55 \Rightarrow 32+b=55 \Rightarrow b=23.$$

Temperatura pećnice nakon pola sata bit će:

$$\left.\begin{array}{l} f(t)=6.4\cdot t+23 \\ t=30 \end{array}\right\} \Rightarrow f(30)=6.4\cdot 30+23=215\ {}^0C.$$

Vježba 015

Kad je pećnica uključena 5 minuta doseći će temperaturu 55ºC. Kad je uključena 10 minuta temperatura će joj biti 87ºC. Pretpostavimo da temperatura pećnice linearno ovisi o vremenu. kolika je temperatura pećnice nakon sat vremena?

Rezultat: 407 ºC.

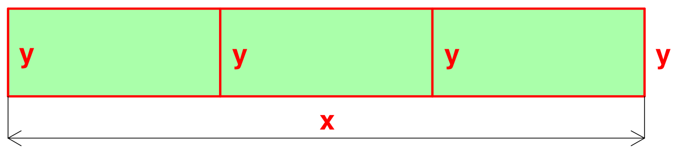
Zadatak 016 (2A, hotelijerska škola)

Tri su terena ograđena žicom kao na slici. Ukupna je površina terena 2000 m², a ukupna duljina žičane ograde 280 m. Odredi dimenzije terena.



Rješenje 016

Označimo slovom x duljinu terena, a slovom y širinu terena.



Iz uvjeta zadatka slijedi sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{matrix} x\cdot y=2000 \\ 2x+4y=280 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x\cdot y=2000 \\ 2x+4y=280 \;/:2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x\cdot y=2000 \\ x+2y=140 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x\cdot y=2000 \\ x=140-2y \end{matrix}\right\} \Rightarrow (140-2y)\cdot y=2000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 140y-2y^2-2000=0 \Rightarrow -2y^2+140y-2000=0 \;/:(-2) \Rightarrow y^2-70y+1000=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{70\pm\sqrt{4900-4000}}{2}=\frac{70\pm\sqrt{900}}{2}=\frac{70\pm30}{2}.$$

Dobiju se dva rješenja:

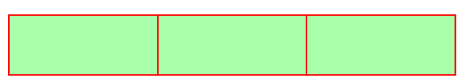
$$y_1=\frac{70+30}{2}=\frac{100}{2}=50 \Rightarrow x_1=140-2\cdot50=40 \quad \text{i} \quad y_2=\frac{70-30}{2}=\frac{40}{2}=20 \Rightarrow x_2=140-2\cdot20=100.$$

Iz slike vidi se da odgovara:

$$x=100\ m\ ,\ \ y=20\ m.$$

Vježba 016

Tri su terena ograđena žicom kao na slici. Ukupna je površina terena 100 m², a ukupna duljina žičane ograde 108 m. Odredi dimenzije terena.



Rezultat: 50 m, 2 m.

Zadatak 017 (Sanela, ekonomska škola)

Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 2 i ostatak 2. Ako se njihov zbroj podijeli njihovom razlikom, dobije se količnik 2 i ostatak 8. Koji su to brojevi?

Rješenje 017

Označimo tražene brojeve slovima x i y. Rečenicu "Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 2 i ostatak 2... " zapisujemo ovako:

$$\left.\begin{matrix} x:y=2 \\ 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x=2y+2.$$

Rečenicu "... ako njihov zbroj podijelimo njihovom razlikom, dobije se količnik 2 i ostatak 8." zapisujemo na ovaj način:

$$\left.\begin{matrix} (x+y):(x-y)=2 \\ 8 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x+y=2(x-y)+8.$$

Dobili smo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} x=2y+2 \\ x+y=2\cdot(x-y)+8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=2y+2 \\ x+y=2x-2y+8 \end{array}\right\} \Rightarrow [\text{metoda supstitucije}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2y+2+y=2\cdot(2y+2)-2y+8 \Rightarrow 3y+2=4y+4-2y+8 \Rightarrow 3y-4y+2y=4+8-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=10 \Rightarrow x=2\cdot 10+2=22.$$

Brojevi su: 22 i 10.

Vježba 017

Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 1 i ostatak 3. Ako se njihov zbroj podijeli njihovom razlikom, dobije se količnik 7 i ostatak 2. Koji su to brojevi?

Rezultat: 13 i 10.

Zadatak 018 (4A, hotelijerska škola)

Ako jednadžba $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ ima rješenja 1 i 2, onda umnožak $a \cdot b$ iznosi

$$A.\ 3 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ -\frac{5}{2} \qquad D.\ \frac{15}{4} \qquad E.\ \frac{5}{4}$$

Rješenje 018

Rješenja 1 i 2 uvrstimo u jednadžbu i dobijemo sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$\left.\begin{array}{l} 1^3+a\cdot 1^2+b\cdot 1+3=0 \\ 2^3+a\cdot 2^2+b\cdot 2+3=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1+a+b+3=0 \\ 8+4a+2b+3=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=-4 \\ 4a+2b=-11 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\text{metoda suprotnih koeficijenata}] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=-4 \ /\cdot(-2) \\ 4a+2b=-11 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2a-2b=8 \\ 4a+2b=-11 \end{array}\right\} \Rightarrow 2a=-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=-\frac{3}{2} \Rightarrow b=-4-a=-4+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}.$$

Rezultat je:

$$a\cdot b=-\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{15}{4}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 018

Ako jednadžba $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ ima rješenja 1 i 2, kolika je razlika $a - b$?

Rezultat: 1.

Zadatak 019 (Dijana, ekonomska škola)

Za koji a brojevi x, y zadovoljavaju sustav $\left\{\begin{array}{l} x+7y=a \\ 2x-y=5 \end{array}\right.$ i uvjet $x>y-2$?

Rješenje 019

Iz zadanog sustava odredimo x i y pomoću metode suprotnih koeficijenata:

$$\left.\begin{array}{l} x+7y=a \\ 2x-y=5 \ /\cdot 7 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+7y=a \\ 14x-7y=35 \end{array}\right\} \Rightarrow 15x=a+35 \ /:15 \Rightarrow x=\frac{a+35}{15},$$

$$\left.\begin{array}{l} x+7y=a \ /\cdot(-2) \\ 2x-y=5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2x-14y=-2a \\ 2x-y=5 \end{array}\right\} \Rightarrow -15y=-2a+5 \ /:(-15) \Rightarrow y=\frac{2a-5}{15}.$$

Budući da je $x > y - 2$, slijedi:

$$\frac{a+35}{15}>\frac{2a-5}{15}-2 \ /\cdot 15 \Rightarrow a+35>2a-5-30 \Rightarrow a-2a>-5-30-35 \Rightarrow -a>-70 \ /\cdot(-1) \Rightarrow a<70.$$

Rezultat je: $x\in\langle -\infty, 70\rangle$.

Vježba 019

Za koji a brojevi x, y zadovoljavaju sustav $\begin{cases} x+7y=a \\ 2x-y=5 \end{cases}$ i uvjet $x>y$?

Rezultat: Rezultat je: $x \in \langle -\infty, 40 \rangle$.

Zadatak 020 (Dijana, ekonomska škola)

Iz sustava $\left.\begin{array}{l} (x-2)\cdot(y-1)=(x-6)\cdot(y+3) \\ (x+4)\cdot(y-2)=y\cdot(x-4) \end{array}\right\}$ nađite $x+y$.

Rješenje 020

$$\left.\begin{array}{l} (x-2)\cdot(y-1)=(x-6)\cdot(y+3) \\ (x+4)\cdot(y-2)=y\cdot(x-4) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} xy-x-2y+2=xy+3x-6y-18 \\ xy-2x+4y-8=xy-4y \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x-2y-3x+6y=-18-2 \\ -2x+4y+4y=8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -4x+4y=-20 \;/:(-4) \\ -2x+8y=8 \;/:(-2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-y=5 \;/\cdot(-1) \\ x-4y=-4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x+y=-5 \\ x-4y=-4 \end{array}\right\} \Rightarrow -3y=-9 \;/:(-3) \Rightarrow y=3.$$

Tada je:

$$\left.\begin{array}{l} x-y=5 \\ y=3 \end{array}\right\} \Rightarrow x-3=5 \Rightarrow x=8 \Rightarrow x+y=8+3=11.$$

Vježba 020

Iz sustava $\begin{cases} (x-2)\cdot(y-1)=(x-6)\cdot(y+3) \\ (x+4)\cdot(y-2)=y\cdot(x-4) \end{cases}$ nađite $x-y$.

Rezultat: 5.